



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

**СТРОИТЕЛЬНЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

Кафедра
прикладной математики

ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ ПО ФИГУРЕ

Варианты задач
к самостоятельной работе
обучающихся по направлению подготовки
08.03.01 Строительство

Составители:
О.М. Ворожейкина, В.Д. Петелина, Е.М. Гусакова

© Национальный исследовательский
Московский государственный
строительный университет, 2017

Москва
2017

СТРОИТЕЛЬСТВО

УДК 512.91 (07)

ББК 22.143я73

О-45

О-45 **Определенный интеграл по фигуре** [Электронный ресурс] : варианты задач к самостоятельной работе обучающихся по направлению подготовки 08.03.01 Строительство / сост.: О.М. Ворожейкина, В.Д. Петелина, Е.М. Гусакова ; М-во образования и науки Рос. Федерации, Нац. исследоват. Моск. гос. строит. ун-т, каф. прикладной математики. — Электрон. дан. и прогр. (1,6 Мб). — Москва : Изд-во Моск. гос. строит. ун-та, 2017. — Режим доступа: <http://mgsu.ru/resources/izdatelskaya-deyatelnost/izdaniya/izdaniya-otkr-dostupa/> — Загл. титул с экрана.

Содержится варианты расчетного задания по теме «Определенный интеграл по фигуре» к самостоятельной работе обучающихся 1 курса, по направлению 08.03.01 Строительство.

Учебное электронное издание

© Национальный исследовательский
Московский государственный
строительный университет, 2017

Редактор *Н.А. Котова*
Дизайн первого титульного экрана *Д.Л Разумного*

Для создания электронного издания использовано:
Microsoft Word 2007, ПО Adobe Air

Подписано к использованию 22.12.2017 г. Объем данных 1,6 Мб.

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский
Московский государственный строительный университет»
129337, Москва, Ярославское ш., 26.

Издательство МИСИ–МГСУ.
Тел. (495) 287-49-14, вн. 13-71, (499) 188-29-75, (499) 183-97-95.
E-mail: ric@mgsu.ru, rio@mgsu.ru

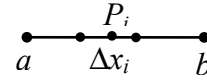
Оглавление

Определенный интеграл по отрезку	5
Криволинейный интеграл по длине кривой	5
Двойной интеграл	6
Двойной интеграл в полярных координатах	7
Поверхностный интеграл	7
Тройной интеграл	8
Приложения интегралов в механике	10
ВАРИАНТ 1	12
ВАРИАНТ 2	13
ВАРИАНТ 3	14
ВАРИАНТ 4	15
ВАРИАНТ 5	16
ВАРИАНТ 6	17
ВАРИАНТ 7	18
ВАРИАНТ 8	19
ВАРИАНТ 9	20
ВАРИАНТ 10	21
ВАРИАНТ 11	22
ВАРИАНТ 12	23
ВАРИАНТ 13	24
ВАРИАНТ 14	25
ВАРИАНТ 15	26
ВАРИАНТ 16	27
ВАРИАНТ 17	28
ВАРИАНТ 18	29
ВАРИАНТ 19	30
ВАРИАНТ 20	31
ВАРИАНТ 21	32
ВАРИАНТ 22	33
ВАРИАНТ 23	34
ВАРИАНТ 24	35
ВАРИАНТ 25	36
ВАРИАНТ 26	37
ВАРИАНТ 27	38
ВАРИАНТ 28	39
ВАРИАНТ 29	40
ВАРИАНТ 30	41

Определенный интеграл по отрезку

Определение.

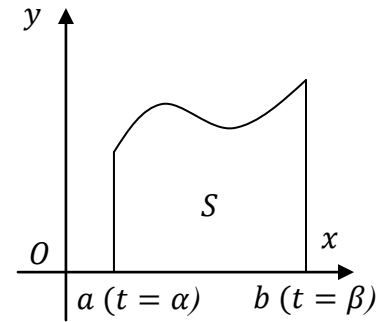
$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(P_i)\Delta x_i;$$



Геометрический смысл:

$$S = \int_a^b f(x)dx; \quad L: y = f(x)$$

$$S = \int_{\alpha}^{\beta} y(t)x'(t)dt; \quad L: \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$



Вычисление:

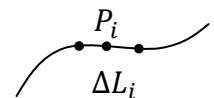
$$\int f(x)dx = F(x) + C \quad \Rightarrow \quad \int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a);$$

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du,$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{\alpha}^{\beta} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt, \text{ если } x = \varphi(t), \quad \begin{array}{l} x = a, \Rightarrow t = \alpha, \\ x = b, \Rightarrow t = \beta \end{array}$$

Криволинейный интеграл по длине кривой

Определение: $\int_L f(P)dL = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(P_i)\Delta L_i$



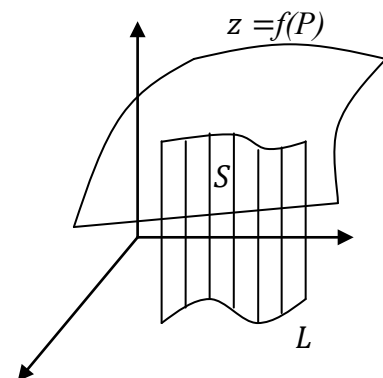
Механический смысл: $M_L = \int_L \rho dL$

Геометрический смысл:

$$S = \int_L f(P)dL,$$

$$l_L = \int_L dL.$$

Вычисление:



1. $L: y = \varphi(x), \quad x \in [a; b], \quad dL = \sqrt{1 + (\varphi'(x))^2} dx$

$$\int_L f(x, y) dL = \int_a^b f(x, \varphi(x)) \sqrt{1 + (\varphi'(x))^2} dx.$$

$$2. L: \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad t \in [\alpha; \beta], \quad dL = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt;$$

$$\int_L f(x, y) dL = \int_\alpha^\beta f(x(t), y(t)) \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$$

$$3. L: r = r(\varphi), \quad \varphi \in [\alpha; \beta], \quad dL = \sqrt{r^2(\varphi) + (r'(\varphi))^2} d\varphi.$$

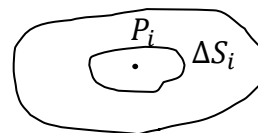
$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad \int_L f(x, y) dL = \int_\alpha^\beta f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) \sqrt{r^2(\varphi) + (r'(\varphi))^2} d\varphi.$$

$$4. L: \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad t \in [\alpha; \beta], \quad dL = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2} dt;$$

$$f(P) = f(x(t), y(t), z(t)).$$

Двойной интеграл

Определение: $\iint_D f(P) dS = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(P_i) \Delta S_i;$

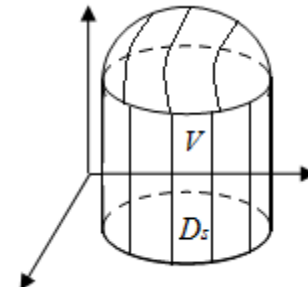


Механический смысл: $M_D = \iint_D \rho dS.$

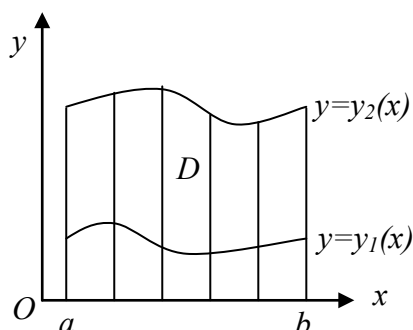
Геометрический смысл:

$$V = \iint_D f(x, y) dS,$$

$$S_D = \iint_D dS$$



Вычисление в декартовых координатах:

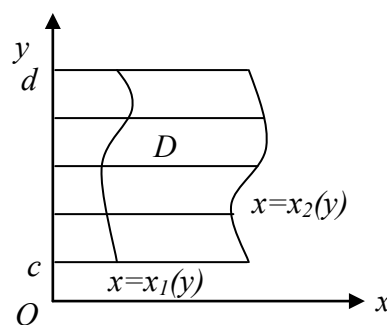


$$[a, b] = \text{пр}_x D$$

$y = y_1(x)$ – линия входа

$y = y_2(x)$ – линия выхода

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x, y) dy$$



$$[c, d] = \text{пр}_y D$$

$x = x_1(y)$ – линия входа

$x = x_2(y)$ – линия выхода

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_c^d dy \int_{x_1(y)}^{x_2(y)} f(x, y) dx$$

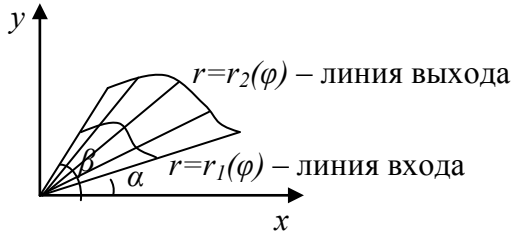
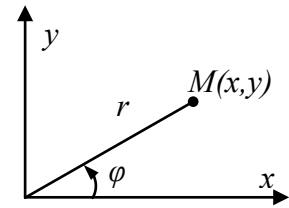
Двойной интеграл в полярных координатах

$$x = r \cos \varphi,$$

$$y = r \sin \varphi,$$

$$x^2 + y^2 = r^2.$$

$$dS = r dr d\varphi, \quad \iint_D f(x, y) dS = \iint_D f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr d\varphi$$



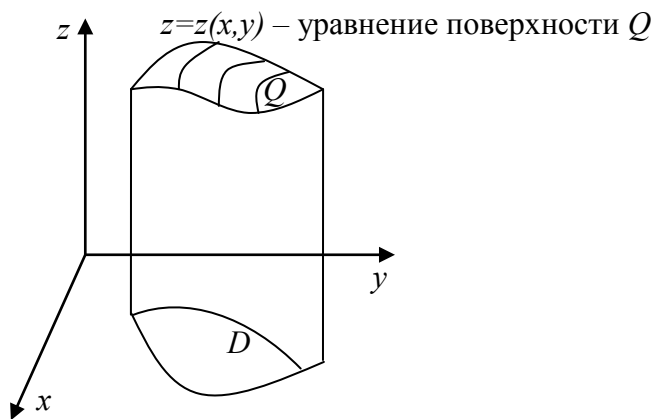
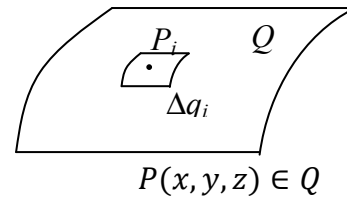
$$\iint_D f(x, y) dS = \iint_D \underbrace{f(r \cos \varphi, r \sin \varphi)}_{x, y} \underbrace{r dr d\varphi}_{dS} = \int_{\alpha}^{\beta} d\varphi \int_{r_1(\varphi)}^{r_2(\varphi)} f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r dr$$

Поверхностный интеграл

Определение. $\iint_Q f(P) dq = \lim_{\lambda \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(P_i) \Delta q_i$

Механический смысл: $M_Q = \iint_Q \rho dq$

Геометрический смысл: $S_Q = \iint_Q dq$



Вычисление:

$$D = \text{пр}_{xoy} Q;$$

$$dq = \sqrt{1 + (z'_x)^2 + (z'_y)^2} dS$$

$$\iint_Q f(x, y, z) dq = \iint_D f(x, y, z(x, y)) \sqrt{1 + (z'_x)^2 + (z'_y)^2} dS$$

$$S_Q = \iint_D \sqrt{1 + (z'_x)^2 + (z'_y)^2} dS$$

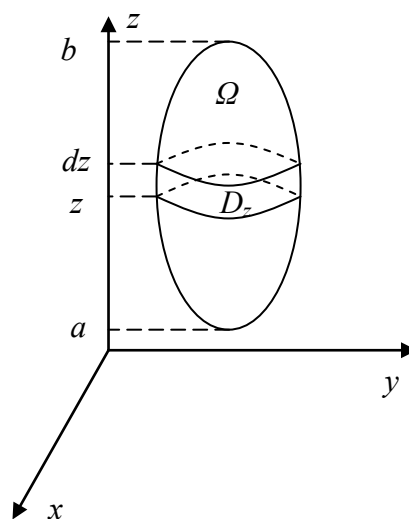
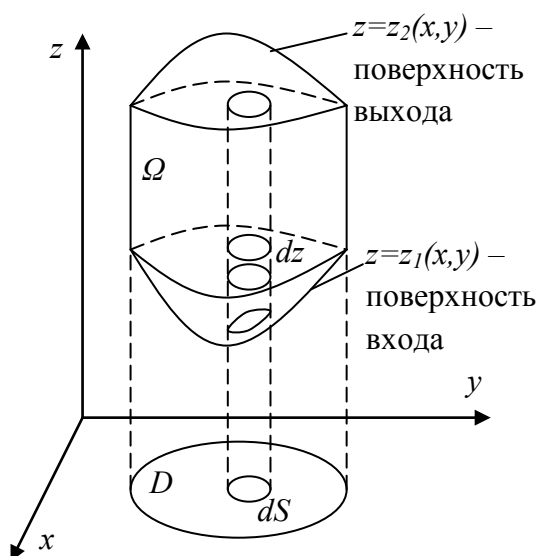
Тройной интеграл

Определение. $\iiint_{\Omega} f(P) dV = \lim_{n \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(P_i) \Delta V_i$

Механический смысл: $M_{\Omega} = \iiint_{\Omega} \rho dV$

Геометрический смысл: $V = \iiint_{\Omega} dV$

Вычисление:



$$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV = \iint_D dS \int_{z_1(x, y)}^{z_2(x, y)} f(x, y, z) dz$$

$$D = \text{пр}_{xoy} \Omega$$

$$dV = dS \cdot dz$$

$$\iiint_{\Omega} f(x, y, z) dV = \int_a^b dz \iint_{D_z} f(x, y, z) ds$$

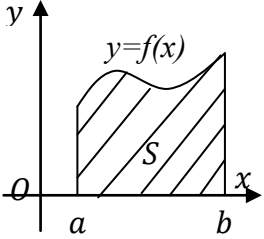
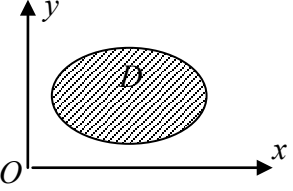
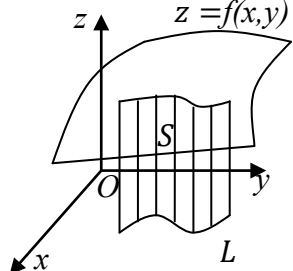
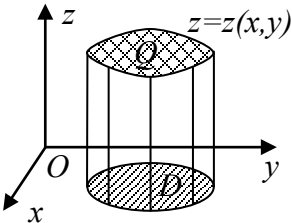
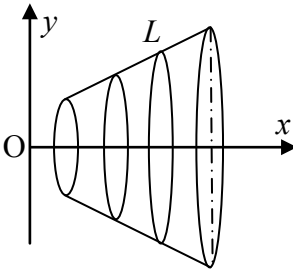
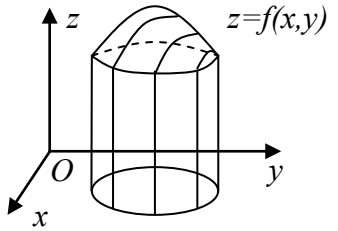
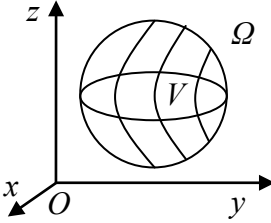
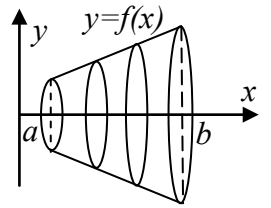
$$[a, b] - \text{пр}_{oz} \Omega$$

$$D_z = \Omega \cap \text{пл} \alpha \quad (\alpha \parallel xoy \text{ на высоте } z),$$

$$dV = dz \cdot dS$$

Решая задачи, связанные с приложениями интегралов в геометрии и в механике (нахождение массы, статических моментов и центров тяжести, моментов инерции фигур) удобно пользоваться следующими таблицами.

Геометрические приложения

Длина кривой	Площадь плоской фигуры	Площадь поверхности	Объем
$l_L = \int_L dL$ <p>1. $L: y = y(x), \quad x \in [a; b]$ $dL = \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx$ $l_L = \int_a^b \sqrt{1 + (y'(x))^2} dx.$</p> <p>2. $L: \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases} \quad t \in [\alpha; \beta]$ $dL = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$ $l_L = \int_\alpha^\beta \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$</p> <p>3. $L: r = r(\varphi), \quad \varphi \in [\alpha; \beta]$ $dL = \sqrt{r^2(\varphi) + (r'(\varphi))^2} d\varphi$ $l_L = \int_\alpha^\beta \sqrt{r^2(\varphi) + (r'(\varphi))^2} d\varphi.$</p> <p>4. $L: \begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad t \in [\alpha; \beta]$ $dL = \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2} dt$ $l_L = \int_\alpha^\beta \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2 + (z'(t))^2} dt$</p>	<p>1. </p> $S = \int_a^b f(x) dx;$ <p>2. </p> $S_d = \iint_D dS$ <p>$dS = dx dy$ – в декартовой системе координат $dS = r dr d\varphi$ – в полярной системе координат</p>	<p>1. </p> $S = \int_L f(x, y) dL$ <p>2. </p> $S_Q = \iint_Q dq = \iint_D \sqrt{1 + (z'_x)^2 + (z'_y)^2} dS$ <p>3. </p> $S_{ep} = 2\pi \int_L y dL$	<p>1. </p> $V = \iint_D f(x, y) dS$ <p>2. </p> $V = \iiint_\Omega dV$ <p>3. </p> $V_{ep} = \pi \int_a^b f^2(x) dx$

Приложения интегралов в механике

Обозначения: M – масса фигуры; ρ – плотность; M_x , M_y – статические моменты относительно осей координат; J_x , J_y , J_z , J_O – моменты инерции относительно осей и начала координат; M_{xy} , M_{yz} , M_{xz} – статические моменты относительно плоскостей координат; J_{xy} , J_{yz} , J_{xz} – моменты инерции относительно плоскостей координат; x_c , y_c , z_c – координаты центра тяжести (С) фигуры.

Велич ин	Плоские фигуры		
	L	D	$L; D$
M	$\int_L \rho dL$	$\iint_D \rho dS$	$x_c = \frac{M_y}{M}$ $y_c = \frac{M_x}{M}$
M_x	$\int_L y \rho dL$	$\iint_D y \rho dS$	
M_y	$\int_L x \rho dL$	$\iint_D x \rho dS$	
J_x	$\int_L y^2 \rho dL$	$\iint_D y^2 \rho dS$	
J_y	$\int_L x^2 \rho dL$	$\iint_D x^2 \rho dS$	
J_O	$\int_L (x^2 + y^2) \rho dL$	$\iint_D (x^2 + y^2) \rho dS$	

Величины	Пространственные фигуры			L, Q, Ω
	L	Q	Ω	
M	$\int_L \rho dL$	$\iint_Q \rho dq$	$\iiint_\Omega \rho dV$	$x_c = \frac{M_{yz}}{M}$ $y_c = \frac{M_{xz}}{M}$ $z_c = \frac{M_{xy}}{M}$
M_{xy}	$\int_L z \rho dL$	$\iint_Q z \rho dq$	$\iiint_\Omega z \rho dV$	
M_{xz}	$\int_L y \rho dL$	$\iint_Q y \rho dq$	$\iiint_\Omega y \rho dV$	
M_{yz}	$\int_L x \rho dL$	$\iint_Q x \rho dq$	$\iiint_\Omega x \rho dV$	
J_{xy}	$\int_L z^2 \rho dL$	$\iint_Q z^2 \rho dq$	$\iiint_\Omega z^2 \rho dV$	
J_{xz}	$\int_L y^2 \rho dL$	$\iint_Q y^2 \rho dq$	$\iiint_\Omega y^2 \rho dV$	
J_{yz}	$\int_L x^2 \rho dL$	$\iint_Q x^2 \rho dq$	$\iiint_\Omega x^2 \rho dV$	
J_x	$\int_L (y^2 + z^2) \rho dL$	$\iint_Q (y^2 + z^2) \rho dq$	$\iiint_\Omega (y^2 + z^2) \rho dV$	
J_y	$\int_L (x^2 + z^2) \rho dL$	$\iint_Q (x^2 + z^2) \rho dq$	$\iiint_\Omega (x^2 + z^2) \rho dV$	
J_z	$\int_L (x^2 + y^2) \rho dL$	$\iint_Q (x^2 + y^2) \rho dq$	$\iiint_\Omega (x^2 + y^2) \rho dV$	
J_O	$\int_L (x^2 + y^2 + z^2) \rho dL$	$\iint_Q (x^2 + y^2 + z^2) \rho dq$	$\iiint_\Omega (x^2 + y^2 + z^2) \rho dV$	

Приступая к решению задачи, полезно сделать чертеж. Хороший чертеж делает решение более наглядным и во многих случаях подсказывает правильный, наиболее простой путь решения. Однако изображение пространственных фигур не всегда легко удастся. В этих случаях особенно важно для расстановки пределов интегрирования (в двукратных интегралах) четко построить плоскую область, сделав наряду с пространственным вспомогательный «плоский» чертеж.

Необходимые для решения неопределенные интегралы можно находить в справочниках.

ВАРИАНТ 1

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x-3)\ln x$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $y = \arccos e^x$, $x \in [-\ln 5; -\ln 2]$.
3. Найти длину участка кривой, если плотность $p = \sqrt{2(x^2 + y^2 + z)}$,
 $L: x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = \frac{t^2}{2}$, $t \in [0; 2]$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = 0$, если плотность $p = x^2 + y$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = 1 + \cos \varphi$ (кардиоида), $r = \frac{2\varphi}{\pi}$ (спираль Архимеда), $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{x}$, $x + y = 2$, $x + z = 2$, $z = 0$, $y = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$, $6z = x^2 + y^2$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$, $6z = x^2 + y^2$, если плотность $p = 2z$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $y = 2\sqrt{x+1}$, $x \in [0; 2]$ вокруг оси OX.
10. Найти площадь части поверхности $2 - z = x^2$, вырезанной плоскостями $y = x$, $y = 2x$, $z = 0$.
11. Найти I_y плоской области, ограниченной линиями $y = x$, $y = 4x - x^2$, если плотность $p = 4$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 2$, если плотность $p = 5$.

ВАРИАНТ 2

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $xy = 12$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e^2$.
2. Найти длину участка кривой $x = \cos t$, $y = 1 + \sin t$, $z = \frac{\pi}{2} - t$, $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.
3. Найти массу участка кривой $y = 4\sqrt{x-2}$, $x \in [3; 6]$, если плотность $p = 2y\sqrt{x+2}$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = 9 - x^2$, $y = 0$, если плотность $p = 2y + x^2$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = 2 - \cos \varphi$, $r = \cos \varphi$, $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{x}$, $x^2 + y^2 = 2$, $z = 2x$, $z = 0$, $y = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = (x-1)^2 + y^2$, $z = 1$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{x}$, $x^2 + y^2 = 2$, $z = 2x$, $z = 0$, $y = 0$, если плотность $p = y^2 + 1$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \frac{\ln x}{x}$, $y = 0$, $x \in [1; e]$ вокруг оси OX.
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 4$, вырезанной поверхностями $z = 9 - x^2$, $z = 0$.
11. Найти M_x плоской области, ограниченной линиями $y = \sqrt{1 - \frac{x^2}{4}}$, $y = 0$, если плотность $p = 2$.
12. Найти M_{xy} участка поверхности $2z = 8 - x^2 - y^2$, ограниченного плоскостью $z = 0$, если плотность $p = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}}$.

ВАРИАНТ 3

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $y^2 = x^2(4 - x^2)$.
2. Найти длину участка кривой $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}$, $x \in [1; 3]$.
3. Найти массу участка кривой $x = 2 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, если плотность $p = 8y^2$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = x^2$, $2x + y = 3$, если плотность $p = x^2 + y$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = 2 \sin 2\varphi$ (1 лепесток), $r = 1 (r \geq 1)$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + 2y^2 + 1$, $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $4 - z = y^2$, $4 - 2z = y^2$, $y = x$, $y = 2x$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $4 - z = y^2$, $4 - 2z = y^2$, $y = x$, $y = 2x$, если плотность $p = 4y$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $y = \ln x$, $x \in [1; e]$ вокруг оси OY .
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = x$, вырезанной поверхностями $z = 2\sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 0$.
11. Найти M_x плоской области, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 2y$, $x^2 + y^2 = 4y$, если плотность $p = 3$.
12. Найти M_{xy} участка поверхности $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, отсеченного плоскостями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 4

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = e^{-x} \sin x$, (первая арка), $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $y = \sqrt{x} - \frac{1}{3}x\sqrt{x}$, $x \in [1;3]$.
3. Найти массу участка кривой $x = \frac{2}{3}\sin^3 t$, $y = \frac{2}{3}\cos^3 t$, $z = \frac{1}{2}\sin 2t$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, если плотность $p = 3x$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = x$, $x + y = 6$, $y = 0$, если плотность $p = 2y + x$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = 1 - \cos \varphi$, $r = 2$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - 2x^2 - y^2$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $4 - z = x^2$, $x + z = 2$, $y^2 = x$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $4 - z = x^2$, $x + z = 2$, $y^2 = x$, если плотность $p = \sqrt{x}$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \ln(2 - x)$, $x = 0$, $y = 0$ вокруг оси OX .
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 4 (z \geq 0)$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 2x$.
11. Найти I_y участка кривой $y = \ln x$, $x \in [1;3]$, если плотность $p = \frac{2}{3}$.
12. Найти I_z тела, ограниченного поверхностями $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 0$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 5

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x(2 - \sqrt{x})$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $r = 3 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$.
3. Найти массу участка кривой $y = \sin x$, $x \in [0; \pi]$, если плотность $p = 2y\sqrt{1 - y^2}$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 9$, $x^2 + y^2 = 4$, если плотность $p = 2\sqrt{x^2 + y^2}$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = e^x$, $x + 3y = 3$, $y = 3$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 2x$, $y = x^2$, $x + y = 2$, $x = 0$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + (y - 2)^2$, $z = 4$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + (y - 2)^2$, $z = 4$, если плотность $p = \sqrt{x^2 + y^2}$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, ($t \in [0; \pi]$) вокруг оси OX.
10. Найти площадь части поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, вырезанной поверхностями $y = x$, $y = 1$, $x = 0$.
11. Найти M_x плоской области, ограниченной линиями $4y = x^2$, $x^2 - 8y + 4 = 0$, если плотность $p = 16$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}$, $z = 0$, если плотность $p = 2$.

ВАРИАНТ 6

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = xe^{-\frac{x^2}{2}}$, $y = 0$, $x = 1$.
2. Найти длину участка кривой $y = \ln(1 - x^2)$, $x \in [0; 0,5]$.
3. Найти массу участка кривой, если плотность $p = 2z^2$, $L : x = 2 \cos t$; $y = 2 \sin t$, $z = e^t$, $t \in [0; \pi]$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y^2 = 4x$, $x = 1$, если плотность $p = x + 3y^2$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = 4$, $r = \frac{\pi}{\varphi}$ (гиперболическая спираль), $\varphi = \frac{\pi}{4}$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 2x^2 + 2y^2 + 1$, $x^2 + y^2 = 2x$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 3y^2$, $z = y^2$, $2x + y = 3$, $y = x$, $x = 0$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = 3y^2$, $z = y^2$, $2x + y = 3$, $y = x$, $x = 0$, если плотность $p = 10z$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $y = 2\sqrt{4 - x}$, $x \in [-4; 1]$ вокруг оси OX.
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 25$, вырезанной плоскостями $z = 2$, $z = 4$.
11. Найти M_y плоской области, ограниченной линиями $y^2 = x$, $x = 2y - y^2$, если плотность $p = y + 1$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $y(1 - y) = x$, $z = 0$, $z = y$, $x = 0$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 7

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 3y^2 - 9$, $x = 0$.
2. Найти длину участка кривой $L : x = \frac{2}{3} \cos^3 t$, $y = \frac{2}{3} \sin^3 t$, $z = \frac{1}{2} \sin 2t$,
 $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
3. Найти массу участка кривой $y = \frac{x^2}{2} - \frac{\ln x}{4}$, $x \in [1; 3]$, если плотность
 $p = \ln x + 4y$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $x + y = 4$,
 $y = x$, $y = \frac{x}{2}$, если плотность $p = x$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = 1 + \sin 2\varphi$,
 $r = 1$, $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями
 $z = 3y^2 + 2$, $y = 2x^2$, $y = 2$, $x = 0$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2}$,
 $z = 6 - x^2 - y^2$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями
 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 6 - x^2 - y^2$, если плотность $p = \frac{1}{3 + \sqrt{x^2 + y^2}}$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $y = e^x$,
 $x \in [0; 1]$ вокруг оси OX.
10. Найти площадь части поверхности $z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}$, вырезанной
поверхностью $x^2 + y^2 = 6y$.
11. Найти M_x плоской области, ограниченной линиями $y = \sqrt{5 - x^2}$,
 $y = 2\sqrt{x}$, $y = 0$, если плотность $p = 4$.
12. Найти I_z тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 1$,
если $p = 1$.

ВАРИАНТ 8

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = \frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}}, \quad y = 0, \quad x = 0.$$

2. Найти длину участка кривой $x = \frac{1}{2}e^{2t}$, $y = e^{-t}$, $z = 2\sqrt{2}e^{\frac{t}{2}}$, $t \in [0; \ln 2]$.

3. Найти массу участка кривой $y = \ln \sin x$, $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$, если плотность

$$p = e^{2y}.$$

4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = 0$, если плотность $p = 3y^2 + 2x^2$.

5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = 8x$, $y = 1$.

6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 2x$, $z = 4 - x^2$, $z = 0$.

7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 4$, $x + y = 2$, $x = 0$, $y = 0$.

8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 4$, $x + y = 2$, $x = 0$, $y = 0$ если плотность $p = x + y$.

9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \ln x$, $y = 0$, $y = 1$, $x = 0$, вокруг оси OY.

10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = y$, вырезанной поверхностями $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 0$.

11. Найти M_x участка кривой $y = 2 \cos t$, $x = \sin^2 t$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, если плотность $p = 2$.

Найти M_{xy} участка поверхности $z = \sqrt{4-y^2}$, вырезанного поверхностью $x^2 + y^2 = 1$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 9

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x+4)e^{-x}$, $x = 0$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $r = 2 \cos^3 \frac{\varphi}{3}$, $\varphi \in \left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.
3. Найти массу участка кривой $y = \ln \cos x$, $x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$, если плотность $p = e^y$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 16$, если плотность $p = \frac{2}{x^2 + y^2}$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \frac{2}{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $y = 1$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 - 4y = 0$, $z = 0$, ($y \geq 0$).
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 2y^2$, $z = y^2$, $x + y = 2$, $y = x$, $x = 0$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = 2y^2$, $z = y^2$, $x + y = 2$, $y = x$, $x = 0$, если плотность $p = \frac{10z}{3}$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = x + \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$, вокруг оси OX.
10. Найти площадь части цилиндрической поверхности с направляющей $x = 3 \cos t$, $y = 3 \sin t$, $z = 0$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ и образующими, параллельными оси OZ, вырезанной поверхностями $z = xy$, $z = 0$.
11. Найти M_x плоской области, ограниченной линиями $x = \sqrt{4 - y^2}$, $x = 0$, если плотность $p = 1$.
12. Найти M_{xy} участка поверхности $z = \sqrt{1 - x^2}$, ограниченного поверхностями $y = 0$, $x = 0$, $2x + y = 1$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 10

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x - x^2\sqrt{x}$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $y = \arcsin e^{-x}$, $x \in [\ln 2; \ln 3]$.
3. Найти массу участка кривой $L : x = 2\cos t$, $y = 2\sin t$, $z = \sqrt{5}t$, $t \in [0; 1]$, если плотность $p = z^2$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной эллипсом $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$, если плотность $p = 2x^2$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $x + y = 6$, $y = 0$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - x^2$, $x^2 + y^2 = 2y$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = x^2 + 2y^2$, $y = 2x$, $y = x$, $x = 1$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = x^2 + 2y^2$, $y = 2x$, $y = x$, $x = 1$ если плотность $p = \frac{y}{x+1}$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \cos^2 x$, $y = 0$, $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$, вокруг оси OX .
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 3$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 2z$.
11. Найти M_y участка кривой $y = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1})$, $x \in [1; 6]$, $p = \sqrt{x^2 - 1}$.
12. Найти I_z тела, ограниченного поверхностями $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, если плотность $p = 1$

ВАРИАНТ 11

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{\ln(x+e)}{x+e}$, $x = 0$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой
$$L: x = \frac{1}{3} \cos^3 t, y = \frac{\sqrt{2}}{6} \sin^3 t, z = \frac{\sqrt{2}}{6} \sin^3 t, t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right].$$
3. Найти массу участка кривой $y = \sqrt{2x+1}$, $x \in [0; 1]$, если плотность $p = 2xy$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной эллипсом $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$, $p = |x|$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $x + y = 0$, $y = -\frac{4}{x}$, $y = 4$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 16 - y^2$, $x^2 + y^2 = 2x$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y^2 = x$, $z = x^2 + y^2$, $z = \frac{x+y}{2} + 1$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = 16 - y^2$, $x^2 + y^2 = 2x$, $z = 0$, если плотность $p = \frac{1}{4+y}$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $2x = e^y + e^{-y}$, $x \in [\ln 3; \ln 4]$, вокруг оси OY .
10. Найти площадь части поверхности $z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{2}}$, вырезанной плоскостями $2y = x$, $2y = 2 - x$, $x = 0$.
11. Найти I_0 плоской области, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 9$, если плотность $p = \frac{\sqrt{9 - x^2 - y^2}}{x^2 + y^2}$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$, $z = \sqrt{2}$, $p = 2$.

ВАРИАНТ 12

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{x-3}{x^2+1}$, $y = 0$, $x = 0$.
2. Найти длину участка кривой $L : x = 2t$, $y = \ln t$, $z = t^2$, $t \in [1; e]$.
3. Найти массу участка кривой $y = \frac{x^3}{3}$, $x \in [0; 1]$, если плотность $p = 3y$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = e^x$, $y = e^{-x}$, $x = 1$, если плотность $p = x + 2y$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = 2 + \sin \varphi$, $r = \sin \varphi$, $\varphi = \frac{\pi}{3}$, $\varphi = \pi$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - y^2$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $2x + y + z = 3$, $2x + y + \frac{z}{2} = 3$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - y^2$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, если плотность $p = \frac{1}{2+y}$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $y^2 - 2 \ln y - 4x = 0$, $y \in \left[\frac{1}{e}; e \right]$, вокруг оси OY .
10. Найти площадь части поверхности $z = 2 - x^2 - y^2$, вырезанной поверхностью $z = x^2 + y^2$.
11. Найти M_y плоской области, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 4x$, если плотность $p = 1(x \geq 1)$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $z = \sqrt{3}$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 13

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями
 $y = x + \sin x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \pi$.
2. Найти длину участка кривой $r = e^\varphi$ (логарифмическая спираль), $\varphi \in [0; \pi]$.
3. Найти массу участка кривой $L : x = t - \frac{t^3}{3}$, $y = t^2$, $z = t + \frac{t^3}{3}$, $t \in [0; 1]$,
если плотность $p = \frac{y+3z}{\sqrt{2}}$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y^2 = x$, $x = 4$,
если плотность $p = 2x|y|$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \ln(1-x)$,
 $y = x$, $y = 1$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями
 $z = 12 - y^2$, $x^2 + y^2 + 2y = 0$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y^2 = x$,
 $z = x^2 + y^2$, $z = 2$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями
 $y = x^2$, $y^2 = x$, $z = x^2 + y^2$, $z = 2$, если плотность $p = 2y$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $3x^2 = y^2$,
 $x \in \left[0; \frac{1}{3}\right]$, вокруг оси OY.
10. Найти площадь части поверхности $x + y + z = 6$, вырезанной
поверхностью $x^2 + y^2 = 4$.
11. Найти M_x плоской области, ограниченной линиями $y = \sqrt{1-x^2}$,
 $y = 1-x^2$, ($x \geq 0$), если плотность $p = 2x$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 0$, если
плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 14

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линией $y^2 = x^2 - x^4$.
2. Найти длину участка кривой $y = \frac{1}{2} \ln \cos 2x$, $x \in \left[0; \frac{\pi}{6}\right]$.
3. Найти массу участка кривой $L : x = 2t \cos t$, $y = 2t \sin t$, $z = 2t$, $t \in [0; \pi]$, если плотность $p = \sqrt{x^2 + y^2 + 8}$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = 2x^2$, $y = 4$, если плотность $p = \sqrt{x} + \sqrt{y}$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $x^2 + y^2 - 2x = 0$, $x^2 + y^2 = 1$, $y = 0$, $y = x$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 4 - y^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = 2\sqrt{x}$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 2\sqrt{x^2 + y^2}$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 2\sqrt{x^2 + y^2}$, если плотность $p = \frac{z}{2 + \sqrt{x^2 + y^2}}$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением плоской области, ограниченной эллипсом $4x^2 + 9y^2 = 36$, вокруг оси OY .
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 9$, вырезанной поверхностями $z = 2x^2 + 1$, $z = 0$.
11. Найти M_y плоской области, ограниченной линиями $y = 6 - x$, $y = 2x$, $x = 0$, если плотность $p = 2x$.
12. Найти M_{xy} участка поверхности $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, вырезанного поверхностью $x^2 + y^2 = 4$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 15

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x-1)(x-2)(x+1)$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $y = \cos^4 \frac{\varphi}{4}$, $\varphi \in [0; 2\pi]$.
3. Найти массу участка кривой $y = \ln x$, $x \in [\sqrt{3}; 2\sqrt{2}]$, если плотность $p = 2xe^y$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = \sin x$, $y = -x$, $x = \frac{\pi}{2}$, если плотность $p = 2x$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \sqrt{-x}$, $y - x + 2 = 0$, $y = 0$, $y = 2$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{2}$, $x^2 + y^2 = y$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 2 - x$, $z = 4 - x^2$, $y = 0$, $y = \frac{3}{2}x$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x + z = 2$, $x^2 + z = 4$, $y = 0$, $y = \frac{3}{2}x$, если плотность $p = 8y$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $x = t^2$, $y = \frac{t^3}{3} - t$, $t \in [0; \sqrt{3}]$ вокруг оси OX .
10. Найти площадь части поверхности $z = xy$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 1$, $(x \leq 0; y \leq 0)$.
11. Найти I_x плоской области, ограниченной линиями $y^2 = 8x$, $x = 2$, если плотность $p = 4$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями, $x^2 + y^2 = y$, $z = \sqrt{x}$, $z = 0$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 16

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x^2 - 2x)e^x$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $y = 2 - \frac{x^2}{2}$, $y \geq 0$.
3. Найти массу участка кривой $x = 2 \cos t$, $y = \sin t$, $z = t \cdot \sqrt{8}$, $x \geq 0$, $y \geq 0$, если плотность $p = xy$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной окружностью $(x-1)^2 + y^2 - 1 = 0$, если плотность $p = 3x$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \ln(x+2)$, $x + y + 1 = 0$, $x = 2$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = y^2 + 1$, $z = 0$, $y = 2x$, $x + y = 6$, $y = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 = x^2 + y^2$, $4 - z^2 = x^2 + y^2$, $z \geq 0$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 - z^2 = 0$, $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, $z \geq 0$, если плотность $p = \frac{z}{\sqrt{2 + \sqrt{x^2 + y^2}}}$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = e_1$ вокруг оси OX .
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 2x$, вырезанной поверхностями $z = 4 - x^2 - y^2$, $z = 0$.
11. Найти I_y участка кривой $xy = 3$, $x \in [1; 2]$, если плотность $p = \frac{81}{y^3}$.
12. Найти M_{yz} участка поверхности $z = 4 - y^2$, вырезанного поверхностями, $y = x^2$, $x = 0$, $z = 0$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 17

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{(x-1)^3}{3}$, $x+2=0$, $y=0$.
2. Найти длину участка кривой $y = \ln \sin x$, $x \in \left[\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3} \right]$.
3. Найти массу участка кривой $L: x = t \cos t$, $y = t \sin t$, $z = t$, $t \in [0; 2]$, если плотность $p = \frac{2z}{z^2 + 2}$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $x + y = 3$, $y = 2x$, $x = 0$, если плотность $p = 2x + y$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = e^\varphi$ (логарифмическая спираль), $r = 1$, $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$, $x^2 + y^2 - 2y = 0$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $y^2 = x$, $3x = 4 - y^2$, $z = 4 - x$, $z = -4$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $y^2 = x$, $3x = 4 - y^2$, $z = 4 - x$, $z = -4$, если плотность $p = 2x$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $y = \frac{1}{6} \sqrt{x(x-12)}$, $x \in [0; 12]$ вокруг оси OX.
10. Найти площадь части поверхности $z = 2x^2 + 2y^2 + 1$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$.
11. Найти M_y плоской области, ограниченной линиями $y = 4x - x^2$, $y = x$, если плотность $p = 1$.
12. Найти M_x тела, ограниченного поверхностями $x^2 + 4y^2 = 4$ ($y \geq 0$), $z = 0$, $z = 4 - x$, если плотность $p = 4$.

ВАРИАНТ 18

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{\ln(2-x)}{2-x}$, $x = 0$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $L : x = \sin^2 t$, $y = \frac{1}{2} \sin 2t$, $z = 2t^{3/2}$,
 $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
3. Найти массу участка кривой $y = 4 - \frac{x^2}{2}$, $x \in [0; 1]$, если плотность $p = \frac{1}{2y+9x^2}$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = \sin x$, $y = 0$ (первая арка), если плотность $p = 1 + \cos x$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = \frac{2\varphi}{\pi}$ (спираль Архимеда), $r = \frac{\pi}{8\varphi}$ (гиперболическая спираль), $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 3x^2 + 2y^2 + 1$, $z = 0$, $y = x$, $y = 2$, $y = \frac{x}{2}$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 9$,
 $z = \frac{3}{2}$, $\left(z \geq \frac{3}{2}\right)$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z = \frac{3}{2}$, $\left(z \geq \frac{3}{2}\right)$, если плотность $p = 2|xy|z$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = xe^x$, $y = 0$, $x \in [0; \ln 2]$ вокруг оси OX.
10. Найти площадь части поверхности $3z = \sqrt{x^2 + y^2}$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 6y$.
11. Найти M_x кривой $y = \sqrt{1-x^2}$, если плотность $p = y$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{y}$, $y = \sqrt{x}$, $y = 4$, $z = 0$, $x = 0$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 19

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \operatorname{tg} x$, $x = 0$, $y = 1$.
2. Найти длину участка кривой, $y = \ln(x - \sqrt{x^2 - 1})$, $x \in [\sqrt{5}; \sqrt{10}]$.
3. Найти массу участка кривой $L : x = \cos^3 t$, $y = \sin^3 t$, $z = \cos 2t$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, если плотность $p = 3z^2$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной окружностью $x^2 + y^2 = 4$, если плотность $p = 9 - x^2 - y^2$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = e^{-x}$, $y = 1 - x$, $x = 3$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 4y$, $x + y = 6$, $y = \sqrt{3x}$, $y = 0$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = y^2$, $z + y = 6$, $x^2 + y^2 = 2y$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = 4y$, $x + y = 6$, $y = \sqrt{3x}$, $y = 0$, $z = 0$, если плотность $p = \frac{z}{2}$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $x = \cos^2 t$, $y = 2 \sin t$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ вокруг оси OX.
10. Найти площадь части поверхности $2z = x^2 + y^2$, вырезанной плоскостью $z = 4$.
11. Найти M_y участка кривой $y = \frac{x^2}{2}$, $x \in [0; 2]$ если плотность $p = 2$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 4}$, $z = 0$, $x^2 + y^2 = 2$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 20

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{\ln(3-x)}{(3-x)^2}$, $x=0$, $y=0$.
2. Найти длину кривой $r = 2(1 + \sin \varphi)$.
3. Найти массу участка кривой $y = 2\sqrt{1 + e^{\frac{x}{2}}}$, $x \in [0; 2\ln 2]$, если плотность $p = y$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$, если плотность $p = x^2 + y$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \sqrt{x-2}$, $3y = x$, $y = 0$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2 - 4$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z^2 = y$, $z^2 = 4y$, $y = x$, $x + y = 2$, $x = 0$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z^2 = y$, $z^2 = 4y$, $y = x$, $x + y = 2$, $x = 0$, если плотность $p = 2z$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $x = \frac{2}{3}\cos^3 t$, $y = \frac{2}{3}\sin^3 t$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ вокруг оси OY .
10. Найти площадь части поверхности $3z^2 = x^2 + y^2$ ($z \geq 0$), вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 4y$.
11. Найти M_x участка кривой $y = \cos \frac{x}{2}$, $x \in [0; \pi]$ если плотность $p = \sin \frac{x}{2}$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{1-x^2}$, $z = \sqrt{y}$, $z = 0$, если плотность $p = 3$.

ВАРИАНТ 21

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x-2)e^x$, $x=0$, $y=0$.
2. Найти длину участка кривой $y^2 = x + 4$, $x \leq 0$.
3. Найти массу участка кривой $L : x = \frac{1}{2}e^{2t}$, $y = e^{-t}$, $t \in [0;1]$, если плотность $p = 12x^4 y$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $x=0$, $x^2 + y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = 2x$ ($x \geq 0, y \geq 0$), если плотность $p = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = -\frac{2}{x}$, $y = 1 - x$, $2x = 1$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $y + z = 1$, $y = x^2$, $y = x$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 4 - z$, $x^2 + y^2 = 4 - z^2$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 4 - z$, $x^2 + y^2 = 4 - z^2$, если плотность $p = 2z$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $x = \sin^4 t$, $y = \cos^2 t$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, $x=0$, $y=0$ вокруг оси ОХ.
10. Найти площадь части поверхности $z = \sqrt{1 - x^2}$, вырезанной плоскостями $y = x$, $x + y = 1$, $x = 0$.
11. Найти M_y участка кривой $y = \ln x$, $x \in [1; \sqrt{3}]$ если плотность $p = 3x$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{y - x^2}$, $x + y = 2$, $z = 0$, если плотность $p = 6$.

ВАРИАНТ 22

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x \sin x$, $y = 0$, $x \in [0; \pi]$.
2. Найти длину участка кривой $L : x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = \sqrt{2t}$, $t \in [0; \ln 2]$.
3. Найти массу участка кривой, $y = \frac{x^2}{2}$, $x \in [0; 2]$, если плотность $p = 2x$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной эллипсом $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, если плотность $p = |y|$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x+1}$, $3x - 4y = 8$, $x = 0$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2} + 1$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2$, $z = 2x^2$, $2x + y = 3$, $y^2 = x$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{x^2 + y^2} + 1$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, если плотность $p = 2z$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \sqrt[3]{x^2}$, $x = 0$, $y = 1$ вокруг оси OY .
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 2y$, вырезанной поверхностями, $z = x^2 + y^2 + 1$, $z = 0$.
11. Найти M_y участка кривой $x = 2 \sin t$, $y = \cos 2t$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ если плотность $p = 2$.
12. Найти M_{xy} участка поверхности $z = 2\sqrt{y-1}$, вырезанного поверхностями, $y^2 = 4 - x$, $x = 0$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 23

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной эллипсом $4x^2 + 9y^2 = 36$.
2. Найти длину участка кривой $y = 2 \ln \sin \frac{x}{2}$, $x \in \left[\frac{2\pi}{3}; \pi \right]$.
3. Найти массу участка кривой $L : x = 3 \cos t$, $y = 3 \sin t$, $z = e^{-t}$, $t \in [0; \pi]$, если плотность $p = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = 1 - x^2$, $y = 0$, если плотность $p = 3|x|$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r^2 = 2 \cos 2\varphi$, $r^2 = 4 \cos 2\varphi$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 8 - 2x^2 - 2y^2$, $x^2 + y^2 = 2y$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = y^2$, $z = 2y^2$, $2x + y = 3$, $y = x^2$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = 8 - 2x^2 - 2y^2$, $x^2 + y^2 = 2y$, $z = 0$, если плотность $p = |x|$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \sqrt[3]{x+1}$, $x = 0$, $y = 0$, вокруг оси OY .
10. Найти площадь части поверхности $z = \sqrt{4 - y^2}$, вырезанной плоскостями, $y = x$, $y = 2x$, $y = 1$.
11. Найти I_x участка кривой, $y = \frac{2}{x}$, $x \in [2; 4]$, если плотность $p = \sqrt{4 + x^4}$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2}$, если плотность $p = 4$.

ВАРИАНТ 24

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = (x - 2) \ln x$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $L : x = 2 \cos t$, $y = 2 \sin t$, $z = 2 \cos t$, $t \in [0; 1]$.
3. Найти массу кривой $y = \sqrt{4 - x^2}$, если плотность $p = 2y$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = x(6 - x)$, $y = 0$, если плотность $p = xy$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $x^2 + y^2 + 2x = 0$, $x^2 + y^2 = 4$, $x = 0$, $y = -x$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $x + y + z = 2$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 9(4 - z)$, $x^2 + y^2 = 4(9 - z)$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 9(4 - z)$, $x^2 + y^2 = 4(9 - z)$, если плотность $p = \frac{1}{6 + \sqrt{x^2 + y^2}}$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = 2 - \sqrt{x}$, $x = 0$, $y = 0$, вокруг оси OX .
10. Найти площадь части цилиндрической поверхности с направляющей $x = 2 \cos^3 t$, $y = 2 \sin^3 t$, $z = 0$, вырезанной поверхностями, $z = 2 - y$, $z = 0 (y \geq 0, x \geq 0)$.
11. Найти M_x участка кривой, $y = \sqrt{1 + e^x}$, $x \in [0; \ln 3]$, если плотность $p = 1$.
12. Найти M_{xy} участка поверхности $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$, вырезанного плоскостью $z = 0$, если плотность $p = \sqrt{2}$.

ВАРИАНТ 25

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = y^2 + 4y$, $x = 0$.
2. Найти длину участка кривой $L : x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $z = 4 \sin \frac{t}{2}$, $t \in [0; 2\pi]$.
3. Найти массу кривой $y = chx$, $x \in [0; 1]$, если плотность $p = \frac{x+1}{2y}$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = \sqrt{4-x^2}$, $y = 0$, если плотность $p = y$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $r = 2$, $r = \cos 2\varphi$, $\varphi = 0$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $y = x^2$, $2x + y = 3$, $z = \sqrt{y} + 1$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = 3\sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 10 - x^2 - y^2$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = 3\sqrt{x^2 + y^2}$, $z = 10 - x^2 - y^2$, если плотность $p = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 5}}$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \sqrt{x+1} \cdot e^{-x}$, $x = 0$, $y = 0$, вокруг оси OX.
10. Найти площадь части поверхности $y = 1 - x^2$, ($x \geq 0, y \geq 0$), вырезанной плоскостями $z = 2x$, $z = 0$.
11. Найти I_0 плоской области, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 2y$, $y = \sqrt{3} \cdot x$, $y = -\sqrt{3} \cdot x$, если плотность $p = 1$.
12. Найти M_{xy} участка поверхности $z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$, вырезанного поверхностью $x^2 + y^2 = 1$, если плотность $p = 4$.

ВАРИАНТ 26

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной эллипсом $x = 2 \cos t$, $y = 3 \sin t$, $t \in [0; 2\pi]$.
2. Найти длину участка кривой $y = 2\sqrt{(x-1)^3}$, $x \in \left[1; 1\frac{1}{3}\right]$.
3. Найти массу участка кривой $y = e^x$, $x \in [0; 1]$, если плотность $p = 2y^2$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y^2 = 8 - x$, $y^2 = x$, если плотность $p = x(y + 2)$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 4y$, $x^2 + y^2 = 1$, $y = x$, $y = -x$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $y = 4 - x^2$, $z + 2y = 8$, $y = 0$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}}$, если плотность $p = \frac{6z}{3\sqrt{3} + 2\sqrt{x^2 + y^2}}$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $x = 1 - \cos t$, $y = t - \sin t$, $t \in [0; \pi]$, вокруг оси OY .
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 = 1$, вырезанной поверхностями $z = 5x^2 + y^2$, $z = 0$.
11. Найти M_y плоской области, ограниченной линиями $x^2 - y^2 = 1$, $x = 5$, если плотность $p = 2$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $xu = 3$, $x + y + z = 4$, $z = 0$, если плотность $p = 6$.

ВАРИАНТ 27

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{x+2}{x-3}$, $x=0$, $y=0$.
2. Найти длину участка кривой $L : x = 1 + \cos t$, $y = \sin t$, $z = \sqrt{3} \cdot t$, $t \in [0; \pi]$.
3. Найти массу участка кривой $y = \sqrt{e^{-x} + 1}$, $x \in [0; 2]$, если плотность $p = 2y$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = (2-x)x$, $y = x$, если плотность $p = x(y+x)$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \ln x$, $y = \frac{1}{3}(x-1)$, $y = 1$, $(y \leq 1)$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 9$, $z = 16 - x^2$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $8 - z = y^2$, $z = y^2$, $y = x^2$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 9$, $z = 16 - x^2$, $z = 0$, если плотность $p = \frac{1}{4+x}$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = \sqrt{x}$, $y = 4$, $x = 0$, вокруг оси OY .
10. Найти площадь части поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, вырезанной поверхностью $x^2 + y^2 = 3z$.
11. Найти M_y участка кривой $y = 2 - \frac{x^2}{2}$, $y \geq 0$, если плотность $p = 1$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = 2\sqrt{x^2 + y^2}$, $x^2 + y^2 = 2y$, $z = 0$, если плотность $p = 1$.

ВАРИАНТ 28

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = 2 \sin 2t$, $y = 2 \sin t$, $x = 0$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.
2. Найти длину участка кривой $y = 3\sqrt[3]{(x+1)^2}$, $x \in [0; 7]$.
3. Найти массу участка кривой $y = \ln(1+x)$, $x \in [0; 2]$, если плотность $p = e^{2y}$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = (4-x)x$, $y = x^2$, если плотность $p = (2y+x)$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = \cos x$, $y = 1 - 2x$, $x = \frac{\pi}{2}$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$, $x^2 + y^2 = 3x$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = xy$, $z = 9$, $x + y = 6$, $x = 0$, $y = 0$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = xy$, $z = 9$, $x + y = 6$, $x = 0$, $y = 0$, если плотность $p = z$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y^2 - 4x^2 = 1$, $y = 5$, $x = 0$, вокруг оси OY.
10. Найти площадь части цилиндрической поверхности с направляющей $x = 2 \cos t$, $y = \sin^2 t$, $z = 0$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ и образующими, параллельными оси OZ, вырезанной поверхностями $z = x$, $z = 0$.
11. Найти I_0 участка кривой $x = e^t \cos t$, $y = e^t \sin t$, $t \in [0; \pi]$, если $p = 1$.
12. Найти M_{xy} тела, ограниченного поверхностями $z = \sqrt{1+x^2}$, $x^2 + y^2 = 1$, $z = 0$, если плотность $p = 6$.

ВАРИАНТ 29

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кардиоидой $\begin{cases} x = 2 \cos t - \cos 2t \\ y = 2 \sin t - \sin 2t \end{cases}$, $\left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$ и осями $x = 0$, $y = 0$.
2. Найти длину участка кривой $y = 1 - x^{\frac{2}{3}}$, $x \in \left[\frac{1}{4}; 1\right]$.
3. Найти массу участка кривой $y = \ln(x^2 - 1)$, $x \in [3; 6]$, если плотность $p = e^y$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $x^2 + y^2 = 2x$, $x^2 + y^2 = x$, если плотность $p = 3|x|$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = e^{2x}$, $y = 1 - 2x$, $x = 1$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $z = 3x^2 + 1$, $y = x$, $y = 2 - x$, $y = 0$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z - 2 = x^2 + y^2$, $z = 2x^2 + 2y^2$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z - 2 = x^2 + y^2$, $z = 2x^2 + 2y^2$ если плотность $p = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{x^2 + y^2}}$.
9. Найти площадь поверхности, образованной вращением кривой $x = \sqrt{2} \sin t$, $y = \frac{1}{4} \sin 2t$, $t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, вокруг оси ОХ.
10. Найти площадь части поверхности $z = y^2$, вырезанной поверхностями $y = 2x$, $y = \sqrt{2}$, $x = 0$.
11. Найти I_0 участка кривой $r = 2e^\varphi$, $\varphi \in [0; \pi]$, если плотность $p = 1$.
12. Найти M_{yz} тела, ограниченного поверхностями $y = \sqrt{x}$, $z = 4 - y$, $z = 0$, $x = 0$, если плотность $p = 6$.

ВАРИАНТ 30

1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $(x+2)^2 = 1 + y^2$, $x = 0$.
2. Найти длину участка кривой $y = \ln(x^2 - 1)$, $x \in [2; 5]$.
3. Найти массу участка кривой $L : x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = \sqrt{2} \cdot t$, $t \in [0; 2]$, если плотность $p = \sqrt{2}xyz$.
4. Найти массу плоской пластинки, ограниченной линиями $y = \sqrt{9 - x^2}$, $y = 0$, если плотность $p = x^2 + 3y^2$.
5. Найти площадь плоской области, ограниченной линиями $y = x^2 - 2x - 3$, $y = 4x - 12$, $x = 0$.
6. Найти объем цилиндрического тела, ограниченного поверхностями $x = \sqrt{y}$, $x = 4\sqrt{y}$, $y + z = 2$, $z = 0$.
7. Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2 - 1$, $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$.
8. Найти массу и среднюю плотность тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + y^2 - 1$, $z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}$, если плотность $p = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + 2}}$.
9. Найти объем фигуры, образованной вращением криволинейной трапеции, ограниченной линиями $y = 2 \sin^2 x$, $x \in [0; \pi]$, $y = 0$ вокруг оси OX .
10. Найти площадь части поверхности $z = \sqrt{16 - x^2}$, вырезанной плоскостями $y = x$, $y = 2x$, $x = 3$.
11. Найти M_x участка кривой $r = 1 + \cos \varphi$, $\varphi \in [0; \pi]$, если плотность $p = 1$.
12. Найти I_z тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = y$, $z = x$, $z = 0 (z \geq 0)$, если плотность $p = 1$.